



УДК 539.37

doi: 10.48612/dnitii/_2023_49_45-53

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СОСУДОВ С ПАТРУБКОМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

Н. А. Берков *

А. И. Архангельский */**

Т. А. Горшунова *

М. В. Архангельская */***

С. А. Муханов */**

* МИРЭА — Российский технологический университет, г. Москва

** Московский политехнический университет, г. Москва

*** Российская академия народного хозяйства и Государственной службы при президенте Российской Федерации, г. Москва

Аннотация

Разработан приближенный метод для определения нагрузки пластического разрушения в сосудах давления с патрубками как вычисления максимума характеристической кривой нагружения конструкции, построенной с использованием ограниченного нелинейного конечно-элементного анализа и теории аппроксимации кривых. Показана возможность получения приближенной величины разрушающего давления достаточной степени точности на основе ограниченного объема расчетных результатов при умеренных вычислительных затратах. Численное моделирование осуществлено методом конечных элементов в упругой и упругопластической постановке, расчёт проведен по авторской программе Stress Analysis in Intersecting Shells (SAIS).

Ключевые слова

пересекающиеся оболочки вращения, упругопластическое деформирование, напряженное состояние, пластическое разрушение, метод конечных элементов

Дата поступления в редакцию

15.11.2023

Дата принятия к печати

20.11.2023

Сосуды цилиндрической формы с патрубками (штуцерами) подверженные внутреннему давлению, широко применяются в различных промышленных отраслях (нефтехимическое машиностроение, газовая и нефтегазовая отрасли, энергетическое машиностроение, трубопроводный транспорт и др.). Предотвращение повреждений и обеспечение безопасной эксплуатации сосудов давления является одной из важнейших задач их проектирования. Это реализуется за счет определения и ограничения напряжений, деформаций и проектных нагрузок сосудов в пределах их допустимых значений для режимов эксплуатации сосудов. При избыточном статическом внутреннем давлении (основной эксплуатационной нагрузке) сосуды могут испытывать значительный

рост пластической деформации в области концентрации напряжений, которой является область сопряжения патрубка и сосуда. В связи с этим предсказание максимального значения разрушающего давления, которое способен выдержать конкретный сосуд с патрубками или штуцерами, а также места начала разрушения, является важной задачей проектирования сосудов давления.

Для изготовления сосудов давления обычно применяются металлические сплавы (стали, алюминиевые сплавы, титановые сплавы) с относительно высокими характеристиками пластичности. Поэтому возможное разрушение сосуда чаще всего рассматривается как пластическое, которому предшествуют значительные пластические деформации.

В результате нелинейного расчета может быть построена характеристическая кривая нагружения конструкции вида $q - \delta$, где q — параметр нагрузки, δ — деформационный параметр. Как показывают расчетные результаты [1–7] (SAIS) и опубликованные экспериментальные данные [8], характеристическая кривая в области значительных пластических деформаций в конструкции имеет протяженный пологий участок, выходящий на точку максимума. Максимум характеристической кривой и определяет предельную (разрушающую) нагрузку q_* . Используя это обстоятельство, рассмотрим задачу возможной аппроксимации характеристической кривой на некотором интервале и дальнейшей экстраполяции вне этого интервала для того, чтобы прогнозировать предельную (разрушающую) нагрузку по ограниченному числу расчетных значений координат точек характеристической кривой. Некоторые вопросы аппроксимации кривых представлены в статьях [4–5, 9].

Рассмотрим два метода аппроксимации характеристической кривой $q(\delta)$, **рисунок 1**.

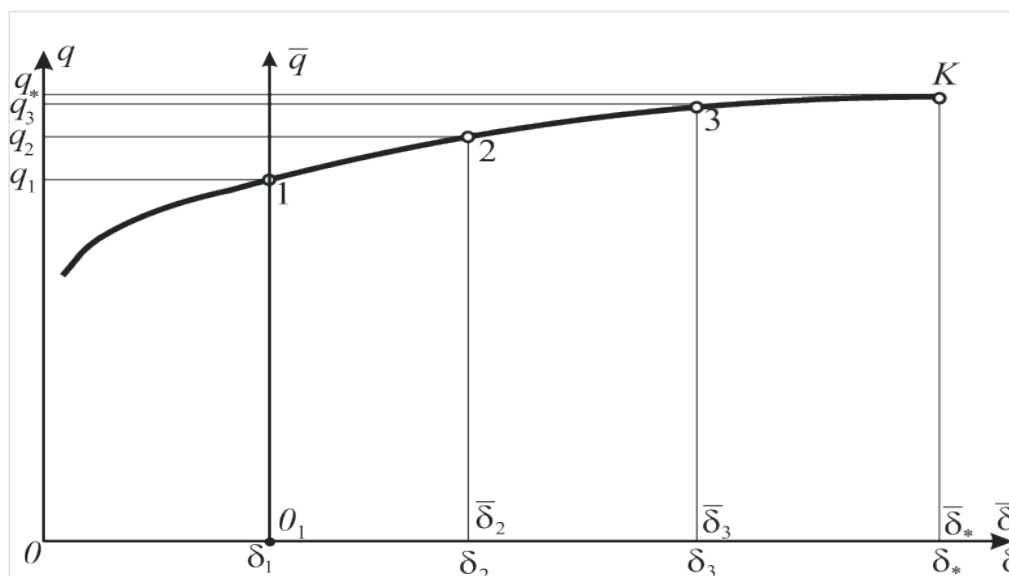


Рис. 1. График характеристической кривой

В работах [5, 9] отмечается, что наиболее удачной формой аппроксимации процесса перехода деформируемой системы в предельное состояние, является представление двухпараметрической зависимости в виде эллиптической зависимости параметров q и δ .

В этом случае участок характеристической кривой от точки начала пластической деформации до точки максимума $K(\delta_*, q_*)$ представляется в виде уравнения эллипса, симметричного относительно горизонтальной оси δ :

$$\frac{(\delta - \delta_*)^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} = 1, \quad (1)$$

где a, b — большая и малая полуоси эллипса; δ_* — параметр, определяющий смещение центра эллипса по оси абсцисс.

Для их определения трёх неизвестных величин: $a, b = q_*, \delta_*$, входящих в уравнение (1), достаточно координат трёх произвольных точек находящихся на характеристической кривой, полученных из нелинейного анализа.

Нахождение неизвестных параметров упрощается путём удачного выбора системы координат. Для этого выберем положение новой оси ординат таким образом, чтобы она проходила через первую точку, как это показано на **рис. 1** (ось \bar{q}). В этом случае связь между новыми $\bar{q}, \bar{\delta}$ и старыми q, δ координатами можно представить в виде: $\bar{q}_i = q_i, \bar{\delta}_i = \delta_i - \delta_1, i = 1, 2, 3$. Тогда, подставляя новые координаты трёх точек в системе координат $\bar{\delta} - \bar{q}$ в уравнение (1), получим систему трех уравнений относительно неизвестных параметров, решение которой имеет вид:

$$\bar{\delta}_* = \delta_1 + 0,5 \frac{\bar{\delta}_3^2(q_2^2 - q_1^2) - \bar{\delta}_2^2(q_3^2 - q_1^2)}{\bar{\delta}_3(q_2^2 - q_1^2) - \bar{\delta}_2(q_3^2 - q_1^2)} \quad (2)$$

$$q_* = \sqrt{\frac{(\bar{\delta}_* - \bar{\delta}_2)^2 q_3^2 - (\bar{\delta}_* - \bar{\delta}_3)^2 q_2^2}{(\bar{\delta}_* - \bar{\delta}_2)^2 - (\bar{\delta}_* - \bar{\delta}_3)^2}}$$

Другой способ аппроксимации заключается в представлении кривой в виде квадратичной параболы, которая в системе координат может быть записана таким образом:

$$\bar{q} = a + b\bar{\delta} + c\bar{\delta}^2 \quad (3)$$

Подставляя координаты трех точек в системе координат $\bar{\delta} - \bar{q}$ в аппроксимацию (3) и учитывая, что $d\bar{q}/d\bar{\delta} = 0$ при $\bar{\delta} = \bar{\delta}_*$, получим следующие расчетные формулы:

$$q_* = q_1 + \frac{[(q_2 - q_1)\bar{\delta}_3^2 - (q_3 - q_1)\bar{\delta}_2^2]^2}{4\bar{\delta}_2\bar{\delta}_3(\bar{\delta}_3 - \bar{\delta}_2)[(q_2 - q_1)\bar{\delta}_3 - (q_3 - q_1)\bar{\delta}_2]} \quad (4)$$

$$\delta_* = \delta_1 + \frac{(q_2 - q_1)\bar{\delta}_3^2 - (q_3 - q_1)\bar{\delta}_2^2}{2[(q_2 - q_1)\bar{\delta}_3 - (q_3 - q_1)\bar{\delta}_2]}$$

Отметим, что точность определения предельной нагрузки будет зависеть от выбора указанных точек на расчетной кривой.

В целях верификации предлагаемого приближенного метода определения разрушающего давления рассматривается экспериментальная модель цилиндрического сосуда с радиальным патрубком, расположенным посередине, **рисунок 2**.

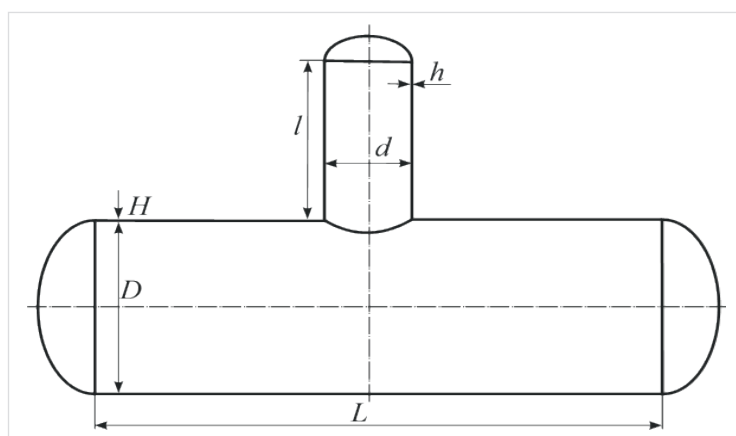


Рис. 2. Геометрия цилиндрического сосуда давления с радиальным патрубком

Геометрические размеры экспериментальной модели [8], следующие:

$$D = 405,4 \text{ мм}, d = 128,7 \text{ мм}, H = 5,4 \text{ мм}, h = 4,3 \text{ мм}, L = 800 \text{ мм}, l = 300 \text{ мм},$$

где D, H — диаметр срединной поверхности и толщина стенки сосуда; d, h — диаметр срединной поверхности и толщина стенки патрубка; L — длина цилиндрической части сосуда; l — длина патрубка.

Следовательно, рассматриваемая модель как радиальное соединение пересекающихся цилиндрических оболочек характеризуется следующими относительными геометрическими параметрами:

$$D/H = 75,1; \quad d/D = 0,317; \quad d/h = 29,9; \quad h/H = 0,8.$$

Корпус сосуда изготовлен из малоуглеродистой стали марки Q235-A, штуцер — из малоуглеродистой стали марки 20#. Механические свойства этих материалов приведены в **таблице 1**, где σ_T — предел текучести; σ_B — предел прочности; E — модуль продольной упругости; δ_5 — относительное удлинение при разрыве. Диаграммы истинных напряжений для этих материалов приведены в работе [8].

Таблица 1

Механические свойства материалов экспериментальной модели

Структурная часть	Материал	σ_T , МПа	σ_B , МПа	E , ГПа	δ_5 , %
Цилиндрический	сталь Q235-A	332	490	202	23,1
Патрубок	сталь 20#	316	472	212	30,5

Статический нелинейный трехмерный анализ по МКЭ проводился с применением программного комплекса SAIS [10]. Особенности конечно-элементного моделирования и нелинейного анализа модели приведены в работе [6].

Для расчетного определения разрушающего давления строилась характеристическая кривая $p - \varepsilon_i^p$ (давление — максимальная интенсивность пластических деформаций). Полученная в работе [8] кривая показана на **рисунке 3, а**.

Согласно аналитическому критерию «разрушения» для нелинейного конечно-элементного решения, в качестве разрушающего давления $P_{\text{разр}}$ принимается величина нагрузки, при которой достигает-

ся максимум кривой $p - \varepsilon_i^p$, что характеризует механизм пластической неустойчивости конструкции в целом. Для итерационного процесса при приближении к точке максимума наблюдается расходимость процесса, т. е. малое изменение давления вызывает неограниченный рост деформаций.

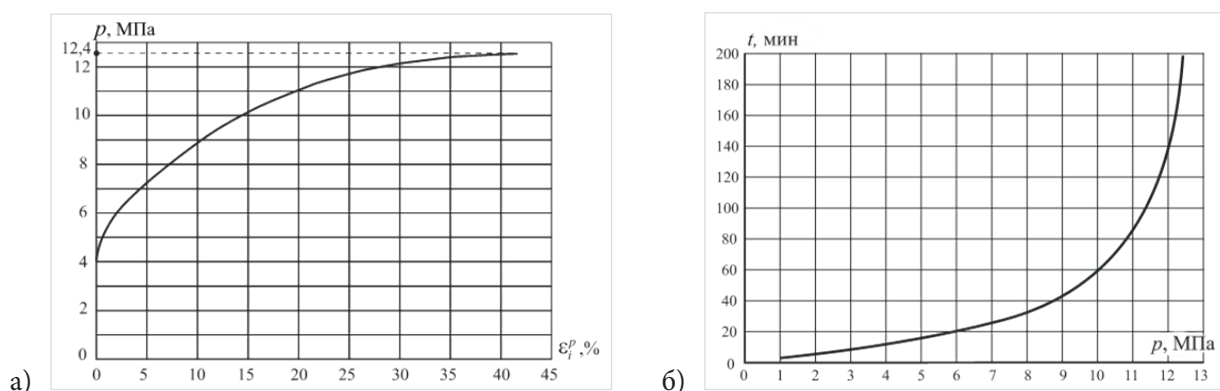


Рис. 3. Результаты расчетного нелинейного анализа экспериментальной модели: а) — характеристическая кривая; б) — зависимость времени расчета от давления

Как видно из рисунка 3 а, вблизи точки максимума наблюдается пологий участок кривой, имеющий практически горизонтальную касательную, т. е. практически выполняется равенство $dp/d\varepsilon_i^p$, которое является математическим условием для критерия разрушения. Расчетное значение разрушающего давления составило $p_{\text{разр}}^{\text{МКЭ}} = 12,4$ МПа (рис. 3 а), что хорошо согласуется с экспериментальным значением $p_{\text{разр}}^{\text{э}} = 12,5$ МПа [8].

Анализ итерационного процесса нелинейного конечно-элементного решения отчетливо показал неравномерность вычислительных затрат для его сходимости на разных стадиях нагружения. В работе [1] проведено изучение вычислительных затрат при полном нелинейном анализе, особенностей итерационного процесса и его сходимости вплоть до максимальной нагрузки. На рис. 3, б приведен график, показывающий изменение вычислительных затрат (параметр t) при увеличении давления p в ходе итерационного процесса нелинейного решения для достижения его сходимости. Примерно при давлении $p > 8$ МПа начинается существенный рост количества итераций необходимых для сходимости итерационного процесса, что связано со значительным развитием пластической деформации в оболочках и, как следствие, необходимостью возврата к предыдущей итерации и уменьшения шага по нагрузке. При нагрузке, приближающейся к давлению пластического разрушения, наблюдается существенное увеличение времени расчета уже на довольно малых шагах нагружения, что составляет основные вычислительные затраты.

Процедура предлагаемого приближенного метода определения разрушающего давления состоит в следующем.

1. Провести нелинейный конечно-элементный анализ соединения пересекающихся оболочек до некоторой выбранной ограниченной нагрузки.
2. Используя расчетные координаты трех точек (ε_i^p, p) , получить аппроксимацию характеристической кривой $p - \varepsilon_i^p$ в виде кривой второго порядка на выбранном интервале и экстраполировать аппроксимирующую кривую до точки максимума.
3. Определить максимальное значение разрушающей нагрузки по расчетным формулам (4) или (6).

Проведём сравнительный анализ вычисления разрушающей нагрузки по формулам (4), (6) и расчетных результатов нелинейного анализа для экспериментальной модели [8]. В данном случае для формул (2) и (4) следует принять: $q = p$, $\delta = \varepsilon_i^p$.

Для получения аппроксимаций и соответствующего приближенного определения разрушающего давления $p_{\text{разр}}^{\text{ап}}$ в таблице 2 представлены шесть различных вариантов выбора точек (ε_i^p, p) .

Таблица 2

Варианты точек (ε_i^p, p) на характеристической кривой

№ вар.	Точки характеристической кривой						\bar{t}_i
	1		2		3		
	$\varepsilon_i^p, \%$	$p, \text{МПа}$	$\varepsilon_i^p, \%$	$p, \text{МПа}$	$\varepsilon_i^p, \%$	$p, \text{МПа}$	
1	0,487	5	4,527	7	7,347	8	0,159
2	0,487	5	4,527	7	10,545	9	0,210
3	2,073	6	7,347	8	14,759	10	0,286
4	4,527	7	10,545	9	14,759	10	0,286
5	7,347	8	13,347	9,7	18,925	10,8	0,387
6	7,347	8	14,759	10	26,571	11,8	0,617

В таблице введен параметр $\bar{t}_i = \frac{t_i}{t_{\text{пол}}}$, характеризующий относительные временные затраты,

где i — номер варианта; $t_{\text{пол}}$ — полное время нелинейного решения задачи по методу конечных элементов. Отметим, что варианты 1 и 2 характеризуют относительно малые временные затраты, варианты 3 и 4 — средние временные затраты, вариант 5 — временные затраты, выше средних, вариант 6 — самый неудачный выбор, который имеет высокие временные затраты.

Для оценки точности аппроксимации и соответствующего приближенного определения разрушающего давления $p_{\text{разр}}^{\text{ап}}$ вычислялась относительная погрешность

$$\xi_p \% = \frac{p_{\text{разр}}^{\text{ап}} - p_{\text{разр}}^{\text{МКЭ}}}{p_{\text{разр}}^{\text{МКЭ}}} \cdot 100\%. \quad (5)$$

Расчетные значения приближенного разрушающего давления $p_{\text{разр}}^{\text{ап}}$, определенного с помощью различных способов аппроксимации, приведены в таблице 3.

Приближенные значения разрушающего давления

№ вар.	Эллиптическая аппроксимация, формула (6)		Квадратичная аппроксимация, формула (8)		\bar{t}_i
	$p_{\text{разр}}^{\text{ап}}$, МПа	ξ_p , %	$p_{\text{разр}}^{\text{ап}}$, МПа	ξ_p , %	
1	11,6	-6,5	9,1	-26,6	0,159
2	13,4	4,2	9,9	-20,2	0,210
3	15,7	26,6	11,1	-10,5	0,286
4	12,5	0,8	11,2	-9,7	0,286
5	12,4	0	11,6	-6,5	0,387
6	12,5	0,8	12,1	-2,4	0,617

Заключение

Из результатов, представленных в **таблице 3**, можно сделать следующие выводы.

1. Эллиптическая аппроксимация дает нестабильные результаты для вариантов выбора точек на начальном участке характеристической кривой (при относительно малых пластических деформациях), где форма кривой заметно отличается от эллипса. Если первую точку выбирать на участке кривой, лучше соответствующей эллипсу, получаются очень хорошие оценки предельного давления $p_{\text{разр}}^{\text{ап}}$ (см. варианты 4–6).

2. Квадратичная аппроксимация при выборе точек с увеличением давления p_i обеспечивает монотонную сходимость приближенной оценки предельного давления $p_{\text{разр}}^{\text{ап}}$ к расчетному значению, причем «снизу», т. е. в запас прочности.

3. Для получения приемлемого приближения для определяемого разрушающего давления необходимо взять точки характеристической кривой на участке плавного изменения её кривизны, который характеризует начало интенсивного развития пластических деформаций в конструкции.

Следовательно, при соответствующем выборе точек на полученном участке характеристической кривой наблюдается достаточно хорошая степень точности при приближенном вычислении разрушающего давления на основе ограниченного объема расчетных результатов за умеренные вычислительные затраты.

Преимуществом предложенного метода по сравнению с использованием эмпирических формул являются следующие факторы: а) базовые расчетные результаты получены для конкретного материала как с полным набором стандартных механических характеристик, так и диаграммы истинных напряжений; б) учитывается реальный механизм пластического деформирования и изменения геометрии оболочек с учетом особенностей напряженно-деформированного состояния соединения. Достоинствами этого подхода по сравнению с полным конечно-элементным нелинейным анализом являются: а) независимость от используемой итерационной процедуры нелинейного решения (метод Ньютона-Рафсона, метод дуговых длин и др.); б) относительно малые вычислительные затраты.

Библиографический список

1. Скопинский В. Н., Гавренков С. А. Определение разрушающего давления для сосуда с патрубком с применением конечно-элементного анализа // *Машиностроение и инженерное образование*. 2018. № 1. С. 8–16.
2. Берков Н. А., Архангельский А. И., Горшунова Т. А., Архангельская М. В. Прочностной анализ пересекающихся композитных оболочек вращения // *Системные технологии*. — 2022. — № 3 (44). — С. 169–175.
3. Skopinski V. N., Berkow N. A. An approximate method of determining the load of plastic failure in pressure vessels with nozzles // *Chemical and Petroleum Engineering*. 2019. Т. 54. № 11–12. С. 926–934.
4. Берков Н. А., Архангельский А. И., Горшунова Т. А. Моделирование упругопластического деформирования пересекающихся цилиндрических // В сборнике: *Инновационные технологии в электронике и приборостроении. Сборник докладов Российской научно-технической конференции с международным участием Физико-технологического института РТУ МИРЭА*. Москва, 2020. С. 228–233.
5. Берков Н. А., Архангельский А. И., Архангельская М. В. Математическое моделирование диаграммы деформирования материала в пластической области // В сборнике: *Новые технологии высшей школы. Наука, техника, педагогика. Материалы Всероссийской научно-практической конференции*. 2020. С. 151–156.
6. Berkov, N. A., Gorshunova, T. A., Arkhangel'skii, A. I. Estimation of Static Strength of Industrial Separator Under Linear and Nonlinear Deformation of Its Structural Components // *Chemical and Petroleum Engineering*. Vol. 55. No 11–12, March, 2020. P. 859–868.
7. Берков Н. А., Архангельский А. И., Горшунова Т. А. Сопряжение пересекающихся оболочек вращения с торовой переходной секцией. // В сборнике: *Национальная научно-техническая конференция с международным участием. Перспективные материалы и технологии (ПМТ-2022)*. Сборник докладов конференции Института перспективных технологий и индустриального программирования РТУ МИРЭА. Москва, 2022. С. 241–247.
8. Wang H. F., Sang Z. F., Xue L. P., Widera G. E. O. Burst pressure of pressurized cylinders with hillside nozzle // *J. Pressure Vessel Technology*. 2009. Vol. 131. No. 4. P. 041204 (13 pages).
9. Захаров А. А. *Предельные состояния материалов и конструкций*. М.: МГИУ, 2012. 102 с.
10. Скопинский В. Н., Берков Н. А., Михайлов В. В. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011611624 Stress Analysis in Interesting Shells (SAIS) / В. Н. Скопинский, Н. А. Берков, В. В. Михайлов. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 17.02.2011 г.
11. Гордеева, Г. В. Контроль прочности бетонных конструкций при проведении оценки остаточного ресурса зданий и сооружений опасного производственного объекта в сфере теплоэнергетики / Г. В. Гордеева, А. К. Курбанмагомедов, Д. В. Спицов // *Системные технологии*. — 2022. — № 4 (45). — С. 73–86. — DOI 10.55287/22275398_2022_4_73. — EDN TRFQDC.
12. Орлов, В. А. Комбинирование гидравлических и электронных методов исследования для определения удельного сопротивления материала трубопроводных сетей / В. А. Орлов, Д. А. Петербургский, Е. С. Гогина // *Системные технологии*. — 2023. — № 3(48). — С. 48–53. — DOI 10.55287/22275398_2023_3_48. — EDN TEUCYS.
13. Okolnikova, G. E. Comparison of finite element method and force method in analysis of frame elements / G. E. Okolnikova, S. Soumyadeep, F. Sh. Akoev // *Системные технологии*. — 2023. — No. 3 (48). —

P. 24–33. — DOI 10.55287/22275398_2023_3_24. — EDN YEJRBW.

14. Мозголов, М. В. О влиянии балки опорного контура на напряженно-деформированное состояние балок прямых кессонных железобетонных перекрытий / М. В. Мозголов, С. В. Брыль, Е. В. Козлова // *Системные технологии*. — 2022. — № 2 (43). — С. 31–40. — DOI 10.55287/22275398_2022_2_31. — EDN BСYKQN.

MODELING OF PLASTIC FRACTURE OF CYLINDRICAL VESSELS WITH A NOZZLE UNDER THE ACTION OF INTERNAL PRESSURE

N. A. Berkov*

A. I. Arkhangelsky*/**

T. A. Gorshunova*

M. V. Arkhangelskaya*/***

S. A. Mukhanov*/**

* MIREA — Russian Technological University, Moscow

** Moscow Polytechnic University, Moscow

*** Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Moscow

Abstract

An approximate method has been developed to determine the load of plastic fracture in pressure vessels with nozzles as a calculation of the maximum of the characteristic loading curve of a structure constructed using limited nonlinear finite element analysis and the theory of curve approximation. The possibility of obtaining an approximate value of the destructive pressure of a sufficient degree of accuracy based on a limited amount of calculated results with moderate computational costs is shown. Numerical modeling was carried out by the finite element method in elastic and elastoplastic formulation, the calculation was carried out using the author's Stress Analysis in Intersecting Shells (SAIS) program.

The Keywords

intersecting shells of rotation, elastoplastic deformation, stress state, plastic fracture, finite element method

Date of receipt in edition

15.11.2023

Date of acceptance for printing

20.11.2023

Ссылка для цитирования:

Н. А. Берков, А. И. Архангельский, Т. А. Горшунова, М. В. Архангельская, С. А. Муханов. Моделирование пластического разрушения цилиндрических сосудов с патрубком под действием внутреннего давления. — *Системные технологии*. — 2023. — № 4 (49). — С. 45–53.